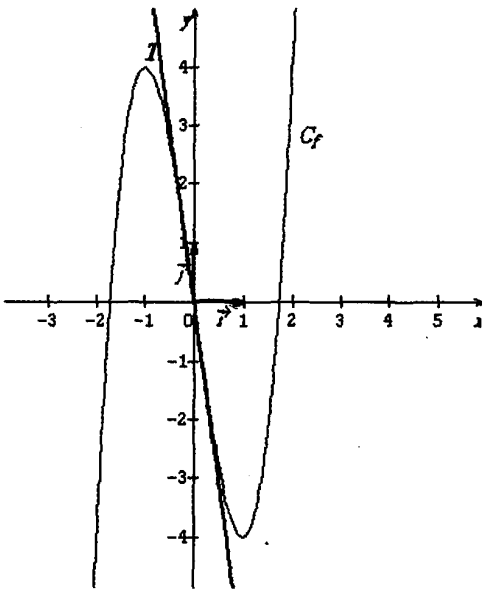
c)



Exercice n° 5 $f(x)=x^3-3x-1$

● $f'(x)=3x^2-3=3(x^2-1)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

2) •• f est continue et strictement croissante sur

$]-\infty,-1[$ et $f(]-\infty,-1[)=]-\infty,1[$

Comme $0\in]-\infty,1[$ donc l'équation $f(x)=0$ adm

une solution unique α_1 dans $]-\infty,-1[$

$f(-2)\simeq -3$ et $f(-1)\simeq 1$

$f(-2)\times f(-1)<0$ donc : $-2<\alpha_1<-1$

•• f est continue et strictement décroissante sur

$]-1,1[$ et $f(]-1,1[)=]-3,1[$

Comme $0\in]-3,1[$ donc l'équation $f(x)=0$ adme

une solution unique α_2 dans $]-1,1[$

$f(0)\times f(-1)=(-1).1<0$ donc : $-1<\alpha_2<0$

•• f est continue et strictement croissante sur

$]1,+\infty[$ et $f(]1,+\infty[)=]-3,+\infty[$

Comme $0\in]-3,+\infty[$ donc l'équation $f(x)=0$ admet

une solution unique α_3 dans $]1,+\infty[$

$f(2)\times f(1)=(-3).1<0$ donc : $1<\alpha_3<2$

Conclusion

L'équation $f(x)=0$ admet exactement les trois solutions α_1, α_2 et α_3 dans IR

● a) * $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3}{x}=+\infty$

D'où C_f admet une branche infinie parabolique

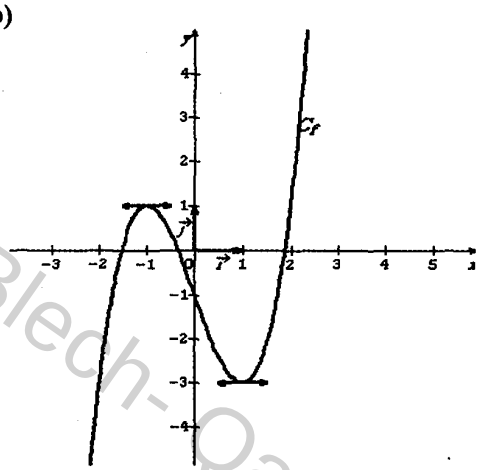
De direction (yy') au voisinage de $+\infty$

* $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3}{x}=+\infty$

D'où C_f admet une branche infinie parabolique

De direction (yy') au Voisinage de $-\infty$

b)



Exercice n° 6 $f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^3+10x^2-8x-1$

● $\frac{1}{2}(x-2)^2(x^2-4x)-1=\frac{1}{2}(x^4-8x^3+20x^2-16x)-1$

$=\frac{1}{2}x^4-4x^3+10x^2-8x-1=f(x)$

Par suite $\forall x\in IR$ on a :

$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2(x^2-4x)-1$

● $\forall x\in IR$; $4-x\in IR$ et

$f(4-x)=\frac{1}{2}(4-x-2)^2\left[(4-x)^2-4(4-x)\right]-1$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn